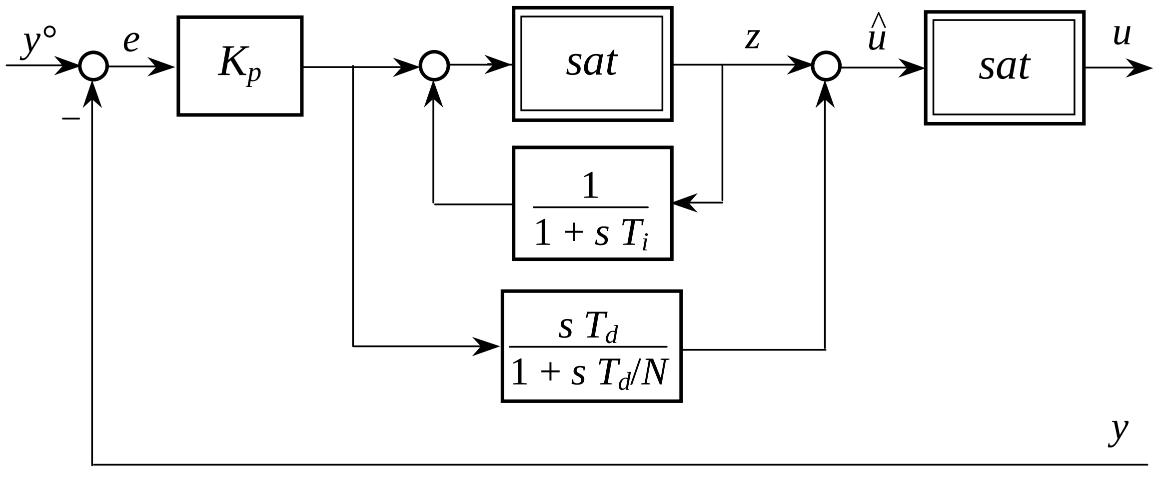
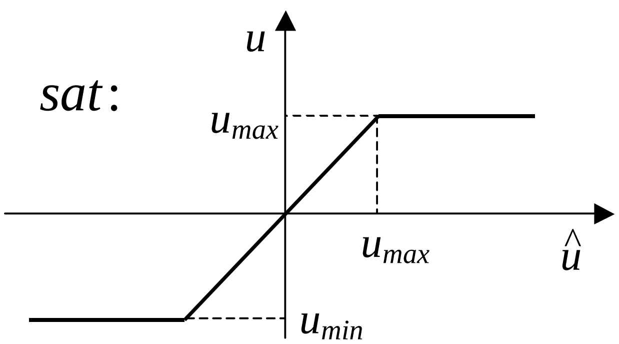
1. Si spieghi in che cosa consiste, in un sistema di controllo, la differenza fra errore *apparente* ed errore *effettivo*.

Indicando con $c°$ e c, rispettivamente, il valore desiderato ed il valore effettivo della variabile controllata, con y la variabile che esprime una misura di c e con $y°$ il valore conseguentemente desiderato di y, si ha:

$e := y° - y$ *errore* ***apparente*** *(disponibile al controllore)*
$\varepsilon := c° - c$ *errore* ***effettivo*** *(da rendere sufficientemente piccolo)*

2. Si disegni lo schema a blocchi di un controllore PID a derivazione dell'errore e in assetto anti-carica-integrale, prestando particolare attenzione nello specificare in dettaglio il funzionamento di tutti i blocchi che, nello schema proposto, sono connotati da un simbolo o da una lettera.





3. Si dica sotto quali condizioni l'ampiezza della banda passante di un sistema di controllo lineare tempo-invariante, che rispetti le ipotesi di Bode, coincide con la pulsazione critica. E si spieghi perché.

Un sistema di controllo lineare tempo-invariante, che rispetti le ipotesi di Bode, ha una banda passante del tipo $[0, \omega_B]$ *se il diagramma polare della risposta in frequenza d'anello non interseca la circonferenza di raggio* $\sqrt{2}$ *e centro* -2. *Infatti, si può dimostrare che questa condizione è equivalente alla condizione preliminare per la corretta definizione di banda passante del sistema di controllo in questione. Essa ovviamente implica:*

margine di fase	$\varphi_m > 41°$
margine di guadagno	$\mu_m > 1.7$.

La pulsazione ω_B *è quella in corrispondenza della quale il diagramma polare della risposta in frequenza d'anello interseca la circonferenza di raggio* $\sqrt{2}$ *e centro* 1. *Se, com'è fisiologico, il margine di fase è minore di* 90°, *si ha:* $\omega_B \cong \omega_c$. *In tal caso, quindi, l'ampiezza della banda passante coincide, in prima approssimazione, con la pulsazione critica* ω_c .

4. Si scriva un programma in Matlab atto a risolvere il seguente problema. Date due funzioni di trasferimento razionali $R(s)$ e $G(s)$ calcolare e rappresentare graficamente la risposta a scalino associata alla funzione di trasferimento $F(s) := L(s)/(1 + L(s))$, dove $L(s) := R(s)\, G(s)$.

Nello spazio di lavoro, siano: NR, NG, DR, DG, *rispettivamente, i numeratori e i denominatori di* $R(s)$ *e di* $G(s)$.

```
R = tf(NR,DR);
G = tf(NG,DG);
L = R*G;
F = L/(1+L);
[y,t] = step(F);
plot(t,y)
```

5. Con riferimento a un sistema di controllo lineare tempo-invariante, si dica che cosa s'intende per *margine di guadagno* e si spieghi perché e in che senso tale nozione può rivelarsi importante.

Se il diagramma polare della risposta in frequenza d'anello interseca il semiasse reale negativo in un punto di ascissa -a *e non vi sono altri punti d'intersezione a sinistra di quello considerato, il margine di guadagno è dato da:* $\mu_m = 1/a$.

Sotto le ipotesi di Bode e in aggiunta al margine di fase, il margine di guadagno è un indicatore di robustezza della stabilità asintotica del sistema di controllo. In particolare, la stabilità asintotica è tanto più robusta quanto maggiore è il margine di fase e quanto più il margine di guadagno supera l'unità.

6. Si consideri il sistema di controllo di Fig.1, dove (le costanti di tempo sono espresse in secondi):

$$G(s) = \frac{0.5}{(1 + 0.25\, s)\,(1 + 0.012\, s)} \; ,$$

e si progetti una funzione di trasferimento $R(s)$ del controllore in modo tale che:

a) la pulsazione critica ω_c risulti maggiore o uguale a 1.5 e, possibilmente, non superiore a 6;
b) il margine di fase sia maggiore di 50°;
c) sia nullo l'errore a transitorio esaurito prodotto da una variazione a scalino del riferimento;
d) l'effetto prodotto su c dalle componenti spettrali di δ_a che insistono sulla banda (0.01, 0.05) [rad/sec] risultino attenuate, rispetto alla situazione ad anello aperto, di almeno 100 volte.

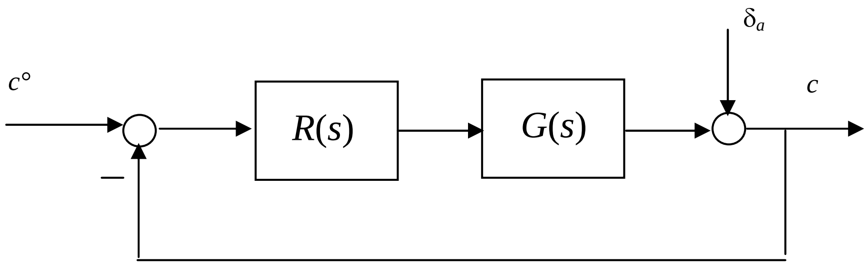


Fig. 1

<u>Memo</u>: *Nel calcolo di ogni margine di fase riportato in risposta, si indichino esplicitamente gli addendi; i contributi, cioè, alla fase critica φ_c dovuti ai singoli fattori della funzione di trasferimento d'anello.*

La condizione (c) implica che il sistema di controllo sia almeno di tipo 1. *Poniamo quindi, per un principio di "parsimonia":* $\bar{R}(s) = \mu_R/s$. *Sicché:*

$$L_0(s) := \bar{R}(s)\, G(s) = \frac{\mu}{s\,(1 + 0.25\, s)\,(1 + 0.012\, s)} \qquad , \qquad \mu = 0.5\, \mu_R \, .$$

La condizione (d) è soddisfatta se $|F_a(j\omega)| \leq 1/100$, *per ogni* $\omega \in [0.01, 0.05]$; *dove* $F_a(s) = 1/(1 + L(s))$, $L(s) = R(s)\, G(s)$, *è la funzione di trasferimento ad anello chiuso da* δ_a *a* c. *La condizione (a) implica che la banda* [0.01, 0.05] *sia interamente compresa nella banda passante del sistema di controllo (*ω_c *maggiore o uguale a* 1.5*).*

Sulla banda passante, $|F_a(j\omega)| \cong 1/|L(j\omega)|$; *pertanto la condizione:*

$$|F_a(j\omega)| \leq 1/100, \textit{ per ogni } \omega \in [0.01, 0.05]$$

in prima approssimazione equivale a:

$$|L(j\omega)| \geq 100 = 40 \; dB, \textit{ per ogni } \omega \in [0.01, 0.05] \; .$$

Per verificare se sia possibile soddisfare questa condizione, assieme alle specifiche relative al margine di fase e alla pulsazione critica, senza aggiungere costanti tempo alla funzione di trasferimento del controllore, poniamo (temporaneamente) $\mu = 1$ *e tracciamo (Fig.2) il diagramma del modulo della risposta in frequenza associata a* $L_0(s)$*.*

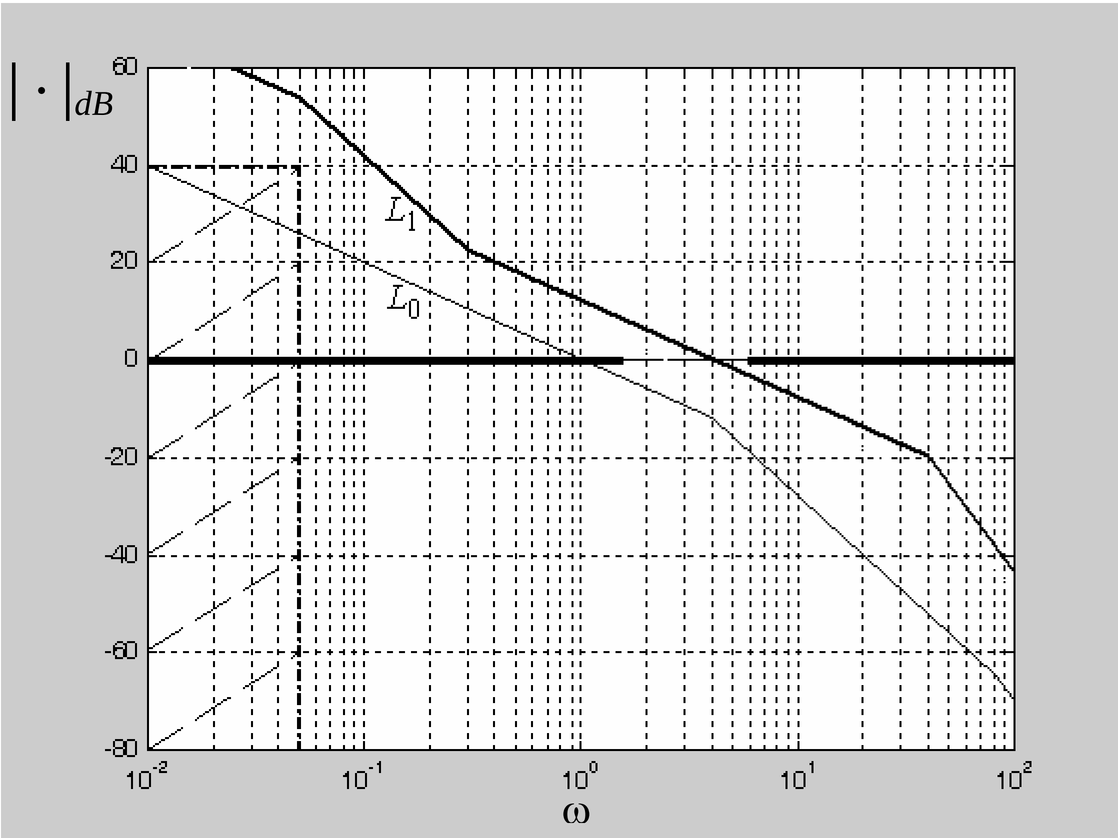


Fig.2

Un diagramma del modulo della risposta in frequenza d'anello plausibilmente compatibile con le specifiche è indicato in Fig.2 con il simbolo L_1*. Esso corrisponde a:*

$$L_1(s) = \frac{25\,(1 + 3.3\,s)}{s\,(1 + 20\,s)\,(1 + 0.025\,s)^2}$$

quindi a:

$$R(s) = \frac{50\,(1 + 3.3\,s)\,(1 + 0.25\,s)\,(1 + 0.012\,s)}{s\,(1 + 20\,s)\,(1 + 0.025\,s)^2}\quad .$$

Con questo controllore, si ottiene:

$$\omega_c = 4\ \ [rad/udt] \qquad , \qquad \varphi_m = 75°$$

ampiamente entro i limiti prescritti.