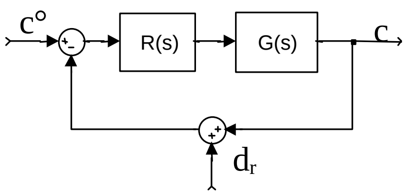
Dati del problema



- $G(s) = \dfrac{5(1+0.02s)}{(1+0.1s)^2(1+s/30)}$
- $c° = 2sca(t)$
- d_r con componenti di segnale per $\omega > 60$

Requisiti

- $|e_\infty| < 0.2$
- $\omega_c \geq 10$
- $\varphi_m \geq 50°$
- d_r attenuato su c di almeno 10 volte

Progetto statico

Il solo segnale d'ingresso canonico è c°. Per mezzo del teorema del valore finale s'ottiene che la condizione $|e_\infty| < 0.2$ corrisponde a

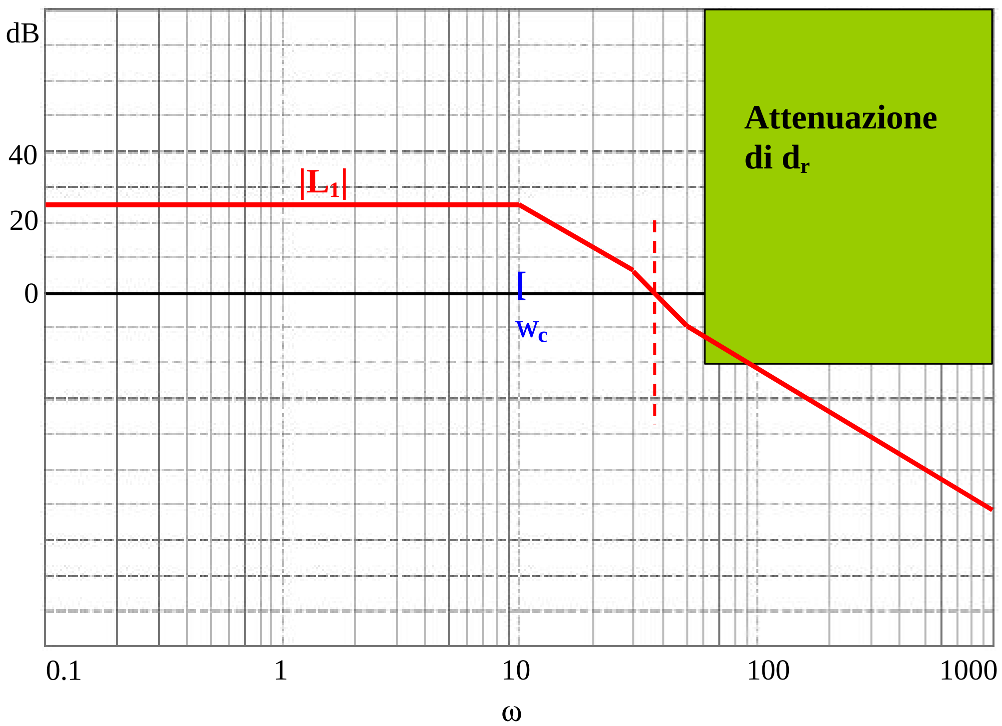
$$g_R = 0; \frac{2}{1+5m_R} < 0.2$$

Si può perciò porre, per scegliere un valore "comodo", $\mu_R = 4$. Questo conduce a

$$L_1(s) = 4G(s) = \frac{20(1+0.02s)}{(1+0.1s)^2(1+s/30)}$$

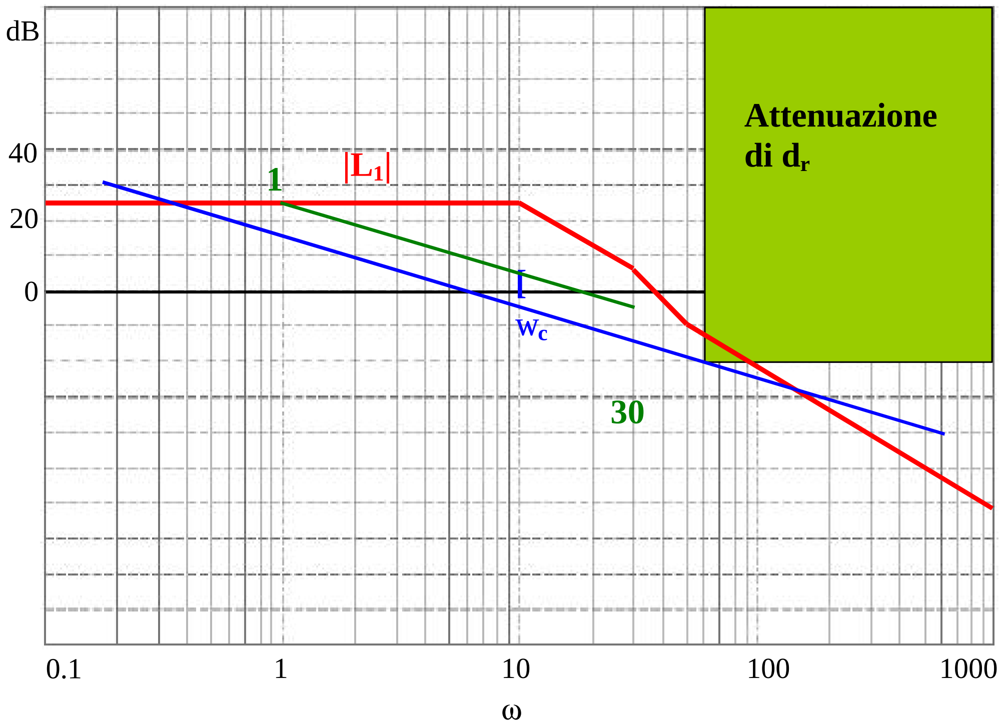
Progetto dinamico

Il diagramma di Bode del modulo di L_1 è

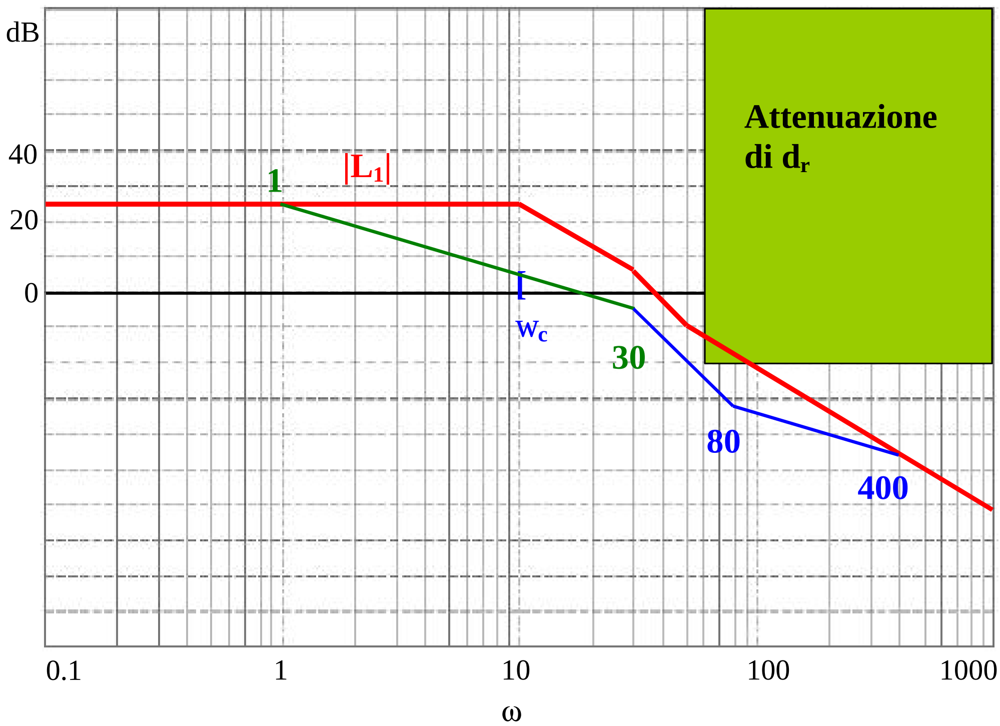


L_1 produce dunque $\omega_c = 35$ (che andrebbe bene), $\varphi_m = 15°$ (che non va bene) e non rispetta il vincolo sull'attenuazione di d_r.

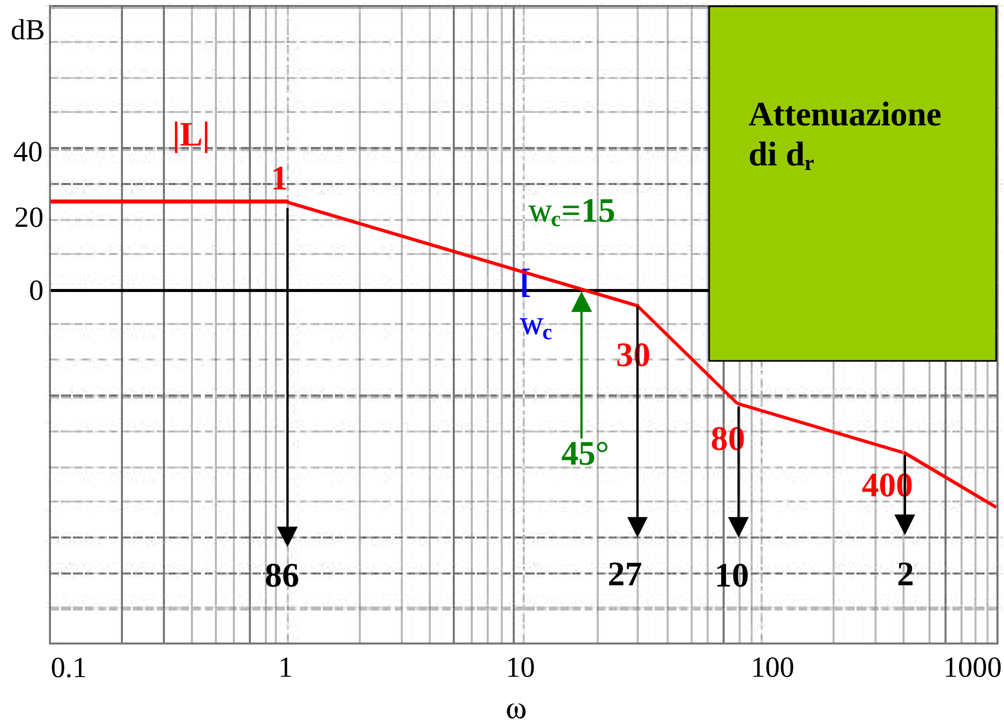
Occorre allora modificare il diagramma. Per prima cosa si prova a tracciare un tratto a pendenza –1 in modo da tagliare poco sopra il valore di ω_c richiesto. Così facendo si vede subito che se tale tratto rispetta il vincolo di attenuazione di d_r non riesce a rispettare quello su ω_c e viceversa (si veda la linea blu in figura). Bisogna perciò ridurre la lunghezza di tale tratto in modo da lasciare agio al diagramma di "passar sotto" al vincolo su d_r, e questo può ottenersi ad esempio limitando il tratto a pendenza –1 tra ω=1 e ω=30. Al solito, è bene scegliere valori "comodi" per i calcoli.



Adesso occorre raccordare L a L_1 in alta frequenza. Per far ciò si può tracciare un tratto a pendenza –3 da ω=30 a ω=80, e poi uno a pendenza –1 fino a "reincontrare" L_1, il che si vede avvenire circa a ω=400. I tratti in questione sono indicati in blu nella figura.



Infine bisogna verificare il margine di fase. Per farlo si pone la freccia dei 45° del regolo delle fasi in corrispondenza della ω_c ottenuta (che è circa 15) e si ottengono le letture indicate in nero nella figura.



Risulta pertanto φ_c=–86°–2×27°+2×10°–2°=–122°, e dunque φ_m=58°. Dall'ultimo diagramma di Bode si può anche "leggere" L(s), e risulta

$$L(s) = 20\frac{(1+s/80)^2}{(1+s)(1+s/30)^2(1+s/400)}$$

Quindi, il regolatore

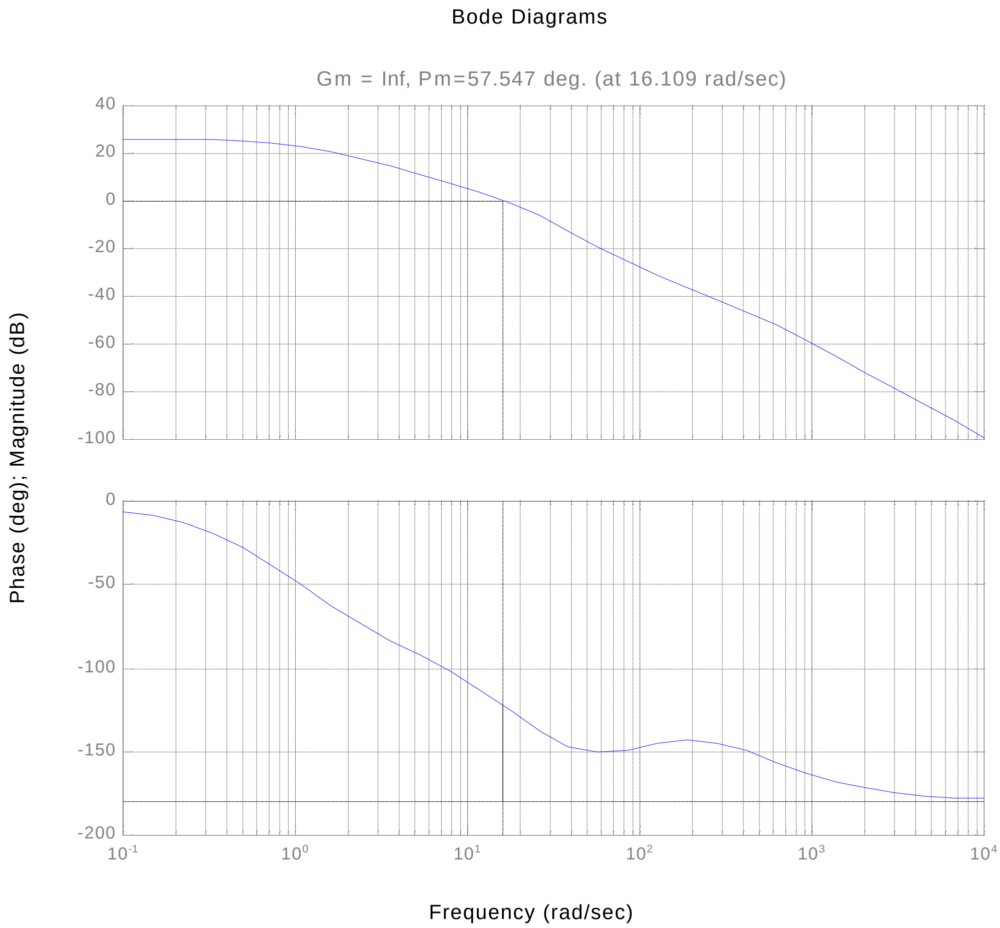
$$R(s) = \frac{L(s)}{G(s)} = 4\frac{(1+0.1s)^2(1+s/80)^2}{(1+s)(1+s/30)(1+s/50)(1+s/400)}$$

rispetta tutti i vincoli e costituisce una possibile soluzione del problema.

Per completezza, si riporta il calcolo esatto di ω_c e φ_m fatto con Matlab. Con i comandi

```
Ln=20*conv([1/80 1],[1/80 1]);
Ld=conv(conv([1 1],[1/30 1]),conv([1/30 1],[1/400 1]));
margin(Ln,Ld);
```

si ottiene



e si può apprezzare la bontà della soluzione trovata col metodo approssimato.